

## ЛОКАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИНАМИКИ ЛЕСНЫХ СООБЩЕСТВ

© Кислов Д.Е., Прилуцкий А.Н., Брижатая А.А.  
 Ботанический сад-институт ДВО РАН, г. Владивосток  
 kisl\_di@mail.ru, prilutsky@bgi.dvo.ru, al-1us@mail.ru

Предложен метод описания пространственной динамики горизонтальной структуры древостоев, на базе которого сформулирован статистический критерий для проверки случайности размещения объектов в лесном сообществе. Разработан вычислительно эффективный алгоритм реализации метода в компьютерных средах. Приведены примеры практического использования подхода и обозначен спектр его возможных приложений.

**Ключевые слова:** пространственная организация, динамика растительного покрова, критерий случайности

**Введение.** При изучении пространственно-временной динамики в растительных биосистемах, проблеме моделирования сопутствует комплекс задач, связанных с интерпретацией натурных наблюдений. Особую актуальность при этом имеют интерпретации, проясняющие принципы организации изучаемых явлений и направленные на синтез новых или адаптацию уже существующих модельных представлений.

Существенные трудности возникают при исследовании медленно протекающих процессов, которые требуют проведения долгосрочных наблюдений важных как для разработки моделей, так и для их верификации. Например, для изучения динамики лесного сообщества наиболее ценны результаты длительных наблюдений за его состоянием в течение десятков или даже сотен лет, что представляет определенные организационные трудности.

В некоторых случаях, тем не менее, существует возможность сформировать представления о структуре сообщества в прошлом не выполняя долгосрочных наблюдений. В основе подхода лежат достоверно установленные взаимосвязи между биометрическими показателями представителей сообщества и их возрастом (возраст деревьев может быть определен путем подсчета годичных колец, или на основе до-

полнительно проведенных исследований, — оценен по измерению диаметра и высоты). Такой способ, безусловно, не исключает необходимости длительных мониторинговых исследований и не предоставляет достаточно данных для детального описания пространственно-временной структуры лесных сообществ. Однако, он может быть полезен при качественной характеристике проходящих в сообществе динамических процессов. В частности, становится возможным в общих чертах проследить процесс зарастания участка местности определенным видом, локально указать направление его пространственной динамики, и даже составить краткосрочный прогноз.

В предлагаемой работе изложен метод, облегчающий интерпретацию и визуализацию локального пространственно-временного развития лесного сообщества. Метод заключается в последовательном анализе размещений объектов с учетом их возраста в каждой подобласти заданного участка местности; результатом этого анализа является поле направлений, характеризующее локальные тенденции развития сообщества. Статистический критерий для проверки случайности строится на базе представлений об автоволновой динамике ценопопуляций видов, входящих в состав сообщества, и числовых величин, характеризующих выраженность пространственных волновых процессов развития.

**Предпосылки метода.** Изложение идеи метода проведем в предположении, что для вида задана плотность распределения вероятности его пребывания в точке пространства  $u(x, a)$ , где  $x$  — вектор пространственных координат в какой-либо локальной системе отсчета, а  $a$  — числовая оценка возраста.

При рассмотрении горизонтальной структуры многовидового сообщества излагаемый метод может быть применен к каждому виду в

отдельности или к предварительно сформированным видовым группам.

В основу метода положена концепция оконного анализа, широко распространенная в самых разнообразных областях научных исследований: от обработки данных (скользящее среднее (Айвазян и др., 1983; Андерсон, 1970), оценки плотности распределения вероятностей Парзена-Розенблатта (Hardle et al., 2003)) до современных методов исследования сигналов (Амага, 1995; Сато, 2009) и теории принятия решений (Айвазян и др., 1989; Fix et al., 1952). В идеологическом плане предлагаемый подход близок к методу выявления структур в многомерной статистике и заимствует от него идею проектирования данных на определенным образом выбираемое оптимальное направление (Hardle et al., 2003) (имеется ввиду метод *projection pursuit*).

Многие статистические методы анализа пространственно-распределенных данных (методы геостатистики) работают с выборочными объектами, оказавшимися внутри специально сформированных зондирующих окон (Ripley, 2004, см. также библиографию). В частности, получивший в настоящее время распространение при анализе неоднородных пространственных структур статистический подход (успешно используемый в том числе при исследовании лесных сообществ (Wallenius et al., 2002)), был развит в работах (Ripley, 1976, 1977, 1979) и имеет своей статистикой функцию выборочных данных, попавших внутрь кругового зондирующего окна определенного радиуса. Несмотря на значительное многообразие статистических методов, в той или иной степени близких к предлагаемому подходу, по-видимому, в такой интерпретации он излагается впервые.

Обозначим  $W_r(y)$  круговое окно радиуса  $r$  с координатами центра  $y$ . Рассматривая усеченную плотность  $u_y^*(x, a)$ , совпадающую внутри  $W(y)$  с  $u(x, a)$  и удовлетворяющую условию нормировки, обозначим через  $X$  и  $A$  соответствующие  $u_y^*(x, a)$  случайные величины.

Поставим вопрос об отыскании направления  $n$  ( $\|n\| = 1$ ), доставляющего экстремальные значения коэффициенту корреляции  $\rho(n^T X, A)$  и проходящего через центр данного окна. Смысл одного из возможных вариантов выбора направления  $n$  виден из рис. 1: возраст дерева минимально (или максимально, с положительным

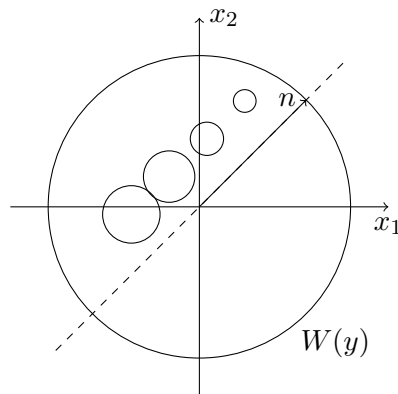


Рис. 1: Геометрический смысл выбора направления  $n$ .

значением  $\rho$ ) коррелирует с координатой проекции центра дерева на направление  $n$ , т. е. возрастание проекции координаты центра дерева сопровождается убыванием возраста (большая окружность — окно радиуса  $r$ ; малые окружности внутри — схематичные обозначения деревьев различного возраста: диаметр окружности пропорционален возрасту). Из постановки оптимизационной задачи и смысла коэффициента корреляции следует, что выбор  $n$  по крайней мере двузначен и определяется с точностью до направления: если  $n$  доставляет экстремальное (например, максимальное) значение  $\rho(n^T X, A)$ , то и  $-n$  также будет доставлять этой величине экстремальное (но уже минимальное) значение. Разрешение этой неоднозначности обеспечивается выбором такого направления, которое допускает более ценную качественную интерпретацию динамики.

В качестве идейной основы для построения интерпретаций в данной работе принято явление распространения волны плотности ценопопуляции (Васильев и др., 1987; Свиричев, 1987). Если направление  $n$  выбрано так, что оно указывает на скопление деревьев с малым возрастом, то оказывается возможным локально отождествить  $n$  с фронтом распространения волны. Проведем рассуждения, рассматривая для определенности три возрастных группы растительности, условно, — младшую, среднюю и старшую.

Ограничиваясь только самой старшей возрастной группой и экстраполируя процесс дальнейшего развития сообщества, можно представить вероятную (локальную) тенденцию про-

странственного изменения плотности распределения деревьев этой возрастной группы: те экземпляры, которые в настоящий момент являются наиболее старшими через некоторое время выпадут и в эту (старшую) возрастную группу попадут деревья, которые в настоящий момент относятся к средней возрастной группе; таким образом плотность распределения деревьев старшей возрастной группы имеет тенденцию смещаться в направлении, задаваемом  $n$ . Волновая интерпретация сохраняется и в несколько ином виде, без требования "выпадения" представителей старшей возрастной группы. В этом случае волновой процесс имеет место для ценопопуляции видов, имеющих возраст, например, больший, чем возраст представителей средней возрастной группы.

**Математические аспекты метода.** Рассмотрим теоретические вопросы реализации предложенного подхода. Сохраняя обозначения предыдущего параграфа, придем к необходимости оптимизации некоторой оценки коэффициента корреляции  $\hat{\rho}(n^T \hat{X}, \hat{A})$  по выборочным данным  $(\hat{X}, \hat{A})$ , где  $\hat{X}$  — выборка векторов координат объектов,  $\hat{A}$  — соответствующий набор оценок их возрастов. Пусть  $\mathcal{E}(\cdot)$  и  $\mathcal{D}(\cdot) = \mathcal{E}(\cdot) - \mathcal{E}(\cdot)^2$  операторы взятия выборочных оценок математического ожидания и дисперсии соответственно. Для определенности положим\*  $\mathcal{E}\hat{X} = N^{-1} \sum_k \hat{X}_k$ , где  $\dim \hat{X}_k = 2$ ,  $k = \overline{1, N}$ . Тогда в качестве оценки коэффициента корреляции может быть выбрано следующее (Кобзарь, 2003):

$$\hat{\rho}(n^T \hat{X}, \hat{A}) = \frac{\mathcal{E}(n^T \hat{X} - \mathcal{E}(n^T \hat{X}))(\hat{A} - \mathcal{E}\hat{A})}{\sqrt{\mathcal{D}(n^T \hat{X})\sqrt{\mathcal{D}\hat{A}}},$$

или

$$\hat{\rho}(n^T \hat{X}, \hat{A}) = \frac{n^T Q}{\sqrt{n^T K n}}, \quad (1)$$

где  $Q = \mathcal{E}(\hat{X} - \mathcal{E}\hat{X})(\hat{A} - \mathcal{E}\hat{A})/\sqrt{\mathcal{D}\hat{A}}$ ,  $K = \mathcal{E}(\hat{X} - \mathcal{E}\hat{X})(\hat{X} - \mathcal{E}\hat{X})^T$ .

\*Приводимые результаты обобщаются на случай, когда  $\mathcal{E}$  является произвольным (не в ущерб ценности интерпретаций!) линейным оператором, т. е. полагается, что для любых двух выборок  $\hat{X}$  и  $\hat{Y}$  справедливо  $\mathcal{E}(\alpha\hat{X} + \beta\hat{Y} + \gamma) = \alpha\mathcal{E}\hat{X} + \beta\mathcal{E}\hat{Y} + \gamma$ , где  $\alpha, \beta, \gamma$  — произвольные вещественные числа. Отдельного рассмотрения заслуживают функционалы, построенные на базе ранговых статистик; их применение, по-видимому, не менее целесообразно.

Выясним условия существования направления, доставляющего экстремальное значение выражению  $\hat{\rho}$  в (1).

Конечность величины  $\hat{\rho}$  обеспечивается требованием  $\mathcal{D}\hat{A} > 0$ , означающим, что в текущем зондирующем окне  $W(y)$  находится по крайней мере два объекта различного возраста. Это нисколько не обременительное требование, очевидно, будет практически всегда выполняться на реальных данных. Ограниченность квадратичной формы  $n^T K n$  следует из неотрицательной определенности оператора автокорреляции  $K$ . Тем не менее случай вырожденности  $K$  не является поводом для отказа от метода и свидетельствует о расположении всех попавших в окно  $W(y)$  объектов вдоль некоторой прямой. Таким образом, если матрица  $K$  вырождена (нулевой матрица  $K$  быть не может в силу условия  $\mathcal{D}\hat{A} > 0$ ), имеется лишь одно направление, которое и является оптимальным. Такая ситуация однако, также маловероятна на практике; следовательно, без потери общности можно считать матрицу  $K$  положительно определенной.

Определим экстремальные направления для  $\hat{\rho}$  при условии, что  $\|n\| = 1$ . Полагая  $n = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))^T$  выпишем необходимые условия экстремума функции  $\hat{\rho}$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\rho}(n\hat{X}, \hat{A})}{d\varphi} = & -\frac{1}{(n^T K n)^{3/2}} (\sin(\varphi)Q_1 K_{22} - \\ & - \sin(\varphi)Q_2 K_{12} + \cos(\varphi)Q_1 K_{12} - \\ & - \cos(\varphi)Q_2 K_{11}) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $Q_k, K_{ij}$ ,  $i, j, k = \overline{1, 2}$  — элементы матриц  $Q$  и  $K$ , определенных в (1). Поскольку знаменатель в уравнении (2) в силу положительной определенности матрицы  $K$  положителен, нетрудно выписать решения этого уравнения в явном виде:  $\left\{ z_k = \arctan\left(\frac{Q_2 K_{11} - Q_1 K_{12}}{Q_1 K_{22} - Q_2 K_{12}}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . Учитывая  $2\pi$ -периодичность функции  $\hat{\rho}(\varphi)$  для определения  $n$  достаточно ограничиться одним значением  $\varphi_0 = z_0$ . Проведав дополнительные вычисления можно показать, что  $\frac{d^2 \hat{\rho}}{d\varphi^2} \neq 0$  при  $\varphi = \varphi_0$ , что позволяет определенно судить о типе экстремума для текущего направления. Узнать является найденное экстремальное положение точкой максимума или минимума  $\hat{\rho}$  можно исходя из выражения (1). При  $n(\varphi_0)^T Q > 0$  направление  $n(\varphi_0)$  доставляет

максимум  $\hat{\rho}$ , при  $n(\varphi_0)^T Q < 0$  — минимум, при  $n(\varphi_0)^T Q = 0$  (т. е.  $Q = 0$ ) — имеет место случай полной некоррелированности возраста и координат положения объектов внутри зондирующего окна. Последняя ситуация, учитывая, что  $n(\varphi_0)$  — экстремальное направление для  $\hat{\rho}$ , возможна только при  $Q = 0$ , и не является поводом для отказа от метода. В этом случае (при  $Q = 0$ ) естественно положить  $n = 0$  и  $\hat{\rho} = 0$ .

При обработке реальных данных не исключены случаи, когда  $\hat{\rho}(\varphi_0)$  мало. При этом целесообразно задаться некоторым пороговым значением ( $\varepsilon$ ) для  $\hat{\rho}$ : если  $|\hat{\rho}(\varphi_0)| > \varepsilon$  считать направление  $n(\varphi_0)$  значимым (для принятия решения о значимости можно воспользоваться каким-либо статистическим критерием (Кобзарь, 2003)), а при  $|\hat{\rho}(\varphi_0)| < \varepsilon$  — незначимым, таким образом полагая, что внутри окна пространственно-возрастное распределение объектов не может рассматриваться как направленное смещение волны плотности.

При оценке значимости  $\hat{\rho}$  могут применяться методы имитационного моделирования процедуры выбора (Эфрон, 1988). Заметим, что эти методы целесообразно применять по крайней мере в двух случаях: 1) при отыскании оптимального направления  $n$ ; 2) для оценки рассеяния коэффициента  $\hat{\rho}(n)$  при найденном  $n$ . Поясним детально, что подразумевают эти два варианта. В первом случае имитация выбора осуществляется при отыскании  $n$ : для каждой bootstrap-выборки (Эфрон, 1988) ( $\hat{X}^*$ ,  $\hat{A}^*$ ) определяется оптимальное  $n^*$ . Из множества полученных направлений  $\{n^*\}$  выбирается в каком-либо статистическом смысле наилучшее (например, медиана или среднее арифметическое). Во втором — направление  $n$  полагается известным и процедура имитации выбора используется только для построения оценки коэффициента корреляции. Следует однако отметить, что имитация выбора — вычислительно емкая процедура и может привести к существенному увеличению требуемого машинного времени.

В заключение теоретического изложения рассмотрим вопрос об исследовании случайности пространственного размещения деревьев. Традиционный подход к решению задачи заключается в ее интерпретации в свете аппарата теории случайных процессов (Clark et al., 1954; Ripley, 1976, 1977, 1979). При этом кри-

терием устанавливается скопление или разреженность размещения объектов в пространстве при определенном масштабе. Заметим, что на базе предложенных представлений может быть построен статистический критерий случайности пространственного распределения объектов, интерпретация которого существенно отлична от приводимой в упомянутых выше работах. Если в последних суждение о случайности сводится к установлению «чрезмерного» скопления или разреженности в размещении объектов, то ключевым понятием критерия, основанного на экстремальном значении коэффициента корреляции ( $\rho_n$ ), является пространственно-возрастная упорядоченность объектов. Сформулируем один из возможных вариантов такого статистического критерия.

Пусть  $N$  известное количество объектов на площади. Минимально достижимый возраст объектов обозначим  $a_{\min}$ , а максимально достижимый —  $a_{\max}$ . В качестве модели случайного пространственно-возрастного распределения примем независимое равномерное распределение всех  $N$  объектов по площади и возрасту.

Таким образом, идеализированное представление о случайности характеризуется набором независимых равномерно распределенных случайных величин  $\{(X_1, A_1), (X_2, A_2), \dots, (X_N, A_N)\}$ , где  $X$  — вектор пространственных координат, а  $A$  — возраст объекта. Обозначим через  $M$  количество случайно выбираемых по площади  $S$  зондирующих окон радиуса  $r$ , целиком лежащих внутри исследуемой площади. На основе наблюдений экстремальных значений коэффициента корреляции и направлений  $n$  может быть построена статистика  $Z_*(M, \rho_n^i, n_i, r)$ , где  $i = 1, \dots, M$ . Число зондирующих окон  $M$  определяет чувствительность критерия. Критическая область для принятия решения (как и при использовании метода, основанного на вычислении функции Рипли (Wallenius et al., 2002; Diggle, 1983)) определяется по результатам статистического моделирования (метод Монте-Карло) для каждого значения радиуса  $r$ . Рассчитав по методу Монте-Карло критическую область  $I(r, \alpha) = [Z_*^-(r, \alpha), Z_*^+(r, \alpha)]$  при некотором уровне значимости  $\alpha$ , необходимо проверить принадлежность вычисленного значения статистики найденному интервалу. Гипотеза о случайном характере пространственно-воз-

растной структуры не отвергается при данном уровне значимости  $\alpha$  если значение статистики оказывается внутри интервала  $I(r, \alpha)$  и отвергается в противном случае. На практике представляется более удобным графическое изображение  $Z_*(r)$  и соответствующих граничных значений  $I(r, \alpha)$  в зависимости от  $r$ .

**Вычислительный эксперимент.** Использование предложенного метода проиллюстрируем на примере таксационных данных, полученных с пробной площади, заложенной в высокоствольном дубняке в лесах Горнотаежной станции ДВО РАН. Объектом исследования избрано многовидовое сообщество растений, автохтонно развивающееся на платообразной межгорной седловине после сплошной рубки. Микро-рельеф участка пробной площади формируют слабо выраженные беспорядочно расположенные возвышения и понижения, а общий уклон поверхности, ориентированный на северо-запад, не превышает  $5^\circ$ .

Применение метода предполагает наличие оцифрованных данных, содержащих локальные (или географические) координаты объектов и их возраст. Поскольку на момент написания статьи необходимые данные для получения таких оценок отсутствовали, требуемый для работы метода возраст деревьев был отождествлен с диаметром их стволов; учитывая принципиальную сторону настоящей работы, такое допущение является вполне правомерным.

В качестве статистик для исследования пространственно-возрастной структуры древостоя рассмотрим следующие: 1)  $Z_{\text{mean}} = \frac{1}{M} \sum_k \hat{\rho}_k(r)$ , 2)  $Z_{\text{min}} = \min_k \hat{\rho}_k(r)$ , 3)  $Z_{\text{ang}} = \frac{1}{M} \sum_k \angle n_k(r)$ , где  $M$  — количество случайно размещенных зондирующих окон (опыт вычислений показал, что достаточно ограничиться  $M = 1000$ );  $\angle n_k(r)$  — угол, определяющий оптимальное направление  $n$  в  $k$ -ом зондирующем окне радиуса  $r$  (в данной работе принималось, что  $\angle n_k(r) \in [-0.5\pi, 1.5\pi]$ ); уровень значимости  $\alpha$  в расчетах полагался равным 0.05. При построении критической области критерия с помощью метода Монте-Карло число статистических испытаний принималось равным 400.

Заметим, что кроме обозначенных могут

быть использованы и другие статистики, однако предложенные, имеют вполне ясные интерпретации. Величина  $Z_{\text{mean}}(r)$  характеризует выраженность пространственно-возрастной упорядоченности (в смысле предложенного метода) в среднем по площади;  $Z_{\text{min}}(r)$  — определяет наиболее выраженную локальную упорядоченность;  $Z_{\text{ang}}(r)$  — характеризует среднее оптимальное направление по площади, т. е. тенденции развития ценопопуляции в целом.

На рис. 2–7 представлены статистики  $Z_*(r)$  для трех наиболее распространенных на пробной площади видов (дуб монгольский, беруза даурская, липа амурская) и соответствующие им критические области (расчеты проводились с использованием авторских программ, реализованных в среде SciPy).

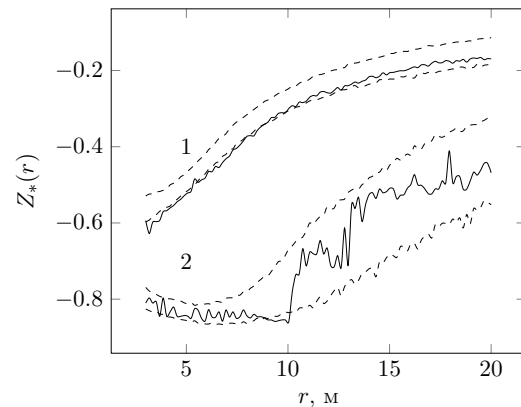


Рис. 2: Пространственно-возрастная организация дуба монгольского: 1 —  $Z_*(r) = Z_{\text{mean}}(r)$ , 2 —  $Z_*(r) = Z_{\text{min}}(r)$ , сплошная линия — значение статистики, пунктирная линия — критическая область при  $\alpha = 0.05$ .

Анализ рис. 2–7 позволил установить, что при  $r < 10$  м (рис. 2) пространственно-возрастная организация дуба монгольского не должна рассматриваться как случайная (выход сплошной линии из области, задаваемой пунктирными линиями (критической области критерия) означает, что на данном масштабе расстояний ( $r$ ) гипотеза о случайном характере пространственно-возрастной структуры должна быть отвергнута). При этом для участков размером около 10 м (рис. 3) на исследуемой площади наблюдается наибольшая упорядоченность ценопопуляции дуба монгольского. При больших радиусах зондирующих окон его наблюдаемое размещение при установленном

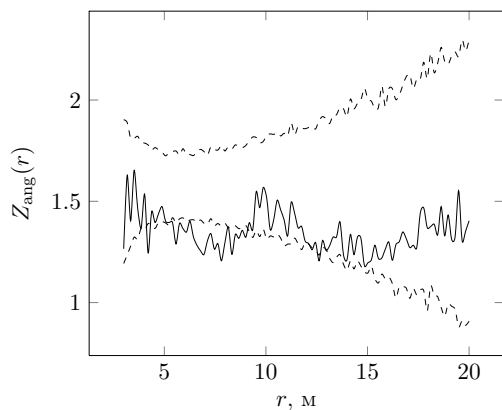


Рис. 3: Пространственно-возрастная организация дуба монгольского: статистика  $Z_{ang}(r)$ ; сплошная линия — значение статистики, пунктирная линия — критическая область при  $\alpha = 0.05$ .

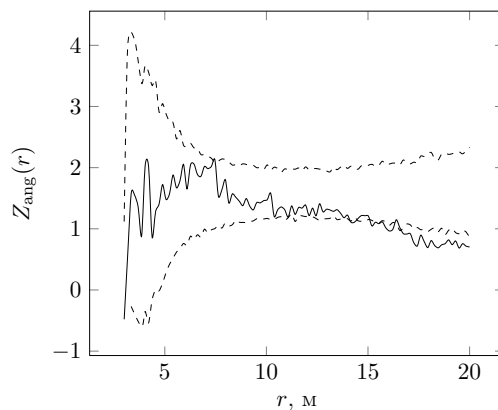


Рис. 5: Пространственно-возрастная организация березы даурской: статистика  $Z_{ang}(r)$ ; сплошная линия — значение статистики, пунктирная линия — критическая область при  $\alpha = 0.05$ .

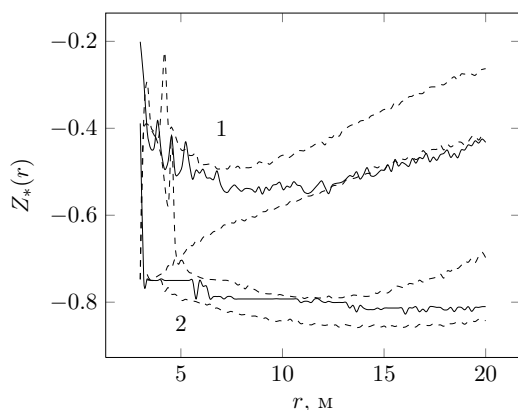


Рис. 4: Пространственно-возрастная организация березы даурской: 1 —  $Z_*(r) = Z_{mean}(r)$ , 2 —  $Z_*(r) = Z_{min}(r)$ , сплошная линия — значение статистики, пунктирная линия — критическая область при  $\alpha = 0.05$ .

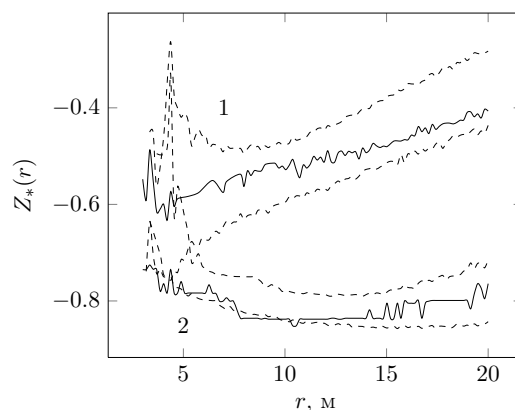


Рис. 6: Пространственно-возрастная организация липы амурской: 1 —  $Z_*(r) = Z_{mean}(r)$ , 2 —  $Z_*(r) = Z_{min}(r)$ , сплошная линия — значение статистики, пунктирная линия — критическая область при  $\alpha = 0.05$ .

уровне значимости не отличается от случайного. Качественно иной вывод справедлив в отношении ценопопуляции березы даурской, в размещении которой на масштабах  $r > 15$  м обнаруживается определенная пространственно-возрастная упорядоченность. Размещение липы амурской является упорядоченным при малых  $r < 5$  м и средних  $r \approx 10$  м радиусах зондирующих окон.

Интересно отметить определенное сходство в организации ценопопуляции дуба монгольского на территории Ботанического сада-института (БСИ) ДВО РАН (см. рис. 8–9), где он участвует в сложении чернопихтово-

широколиственного леса. Пробная площадь, заложенная на территории БСИ ДВО РАН, расположена в непосредственной близости от моря в отличие от пробной площади, заложенной в лесах Горнотаежной станции.

В дополнение к представленным результатам была рассмотрена возможность использования других статистик, построенных на базе медианы, коэффициентов асимметрии и эксцесса. Данные показатели также чувствительны к особенностям пространственно-возрастного размещения объектов, однако наиболее чувствительной из них является статистика, построенная на базе медианы.

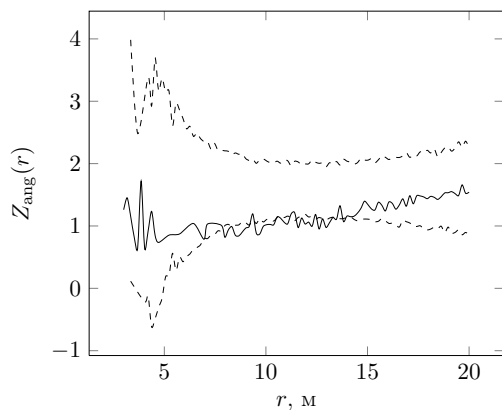


Рис. 7: Пространственно-возрастная организация липы амурской: статистика  $Z_{\text{ang}}(r)$ ; сплошная линия — значение статистики, пунктирная линия — критическая область при  $\alpha = 0.05$ .

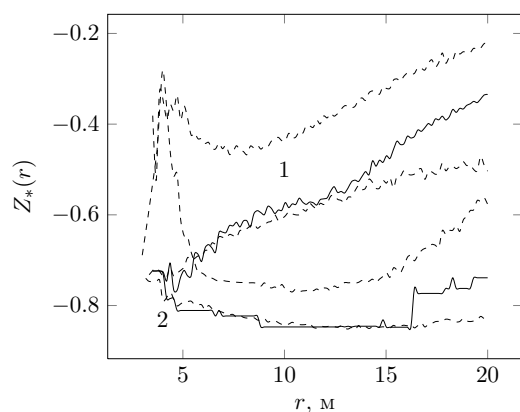


Рис. 8: Пространственно-возрастная организация дуба монгольского (профиль БСИ): 1 —  $Z_*(r) = Z_{\text{mean}}(r)$ , 2 —  $Z_*(r) = Z_{\text{min}}(r)$ , сплошная линия — значение статистики, пунктирная линия — критическая область при  $\alpha = 0.05$ .

Другим аспектом применения предложенного подхода является описание вероятной динамики древостоев на основе принципа вычисления оптимальных значений коэффициентов корреляции. Легко видеть, что окна, имеющие малые размеры, не обеспечат условий его применимости (вследствие недостаточного числа попадающих в зондирующее окно объектов), в то время как большие — приведут к низким значениям корреляции  $\hat{\rho}(n)$ .

Таким образом, целесообразно определение оптимального размера зондирующего окна ( $r_{\text{опт}}$ ), критерием выбора которого может быть, например, средняя корреляция, т. е. статистика  $Z_{\text{mean}}(r)$ . Оптимальным радиусом зондирующе-

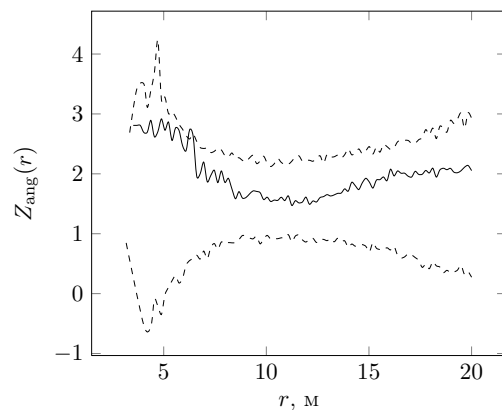


Рис. 9: Пространственно-возрастная организация дуба монгольского (профиль БСИ): статистика  $Z_{\text{ang}}(r)$ ; сплошная линия — значение статистики, пунктирная линия — критическая область при  $\alpha = 0.05$ .

го окна следует считать радиус, который приводит к наименьшему значению  $Z_{\text{mean}}(r)$ . Интервалы оптимальных значений оптимальных радиусов определялись по результатам двадцати кратного решения задачи  $\arg \min_r Z_{\text{mean}}(r)$ , в результате чего были найдены следующие значения: дуб монгольский —  $r_{\text{опт}} \in [4.2, 9.3]$  м, береза даурская  $r_{\text{опт}} \in [4.5, 7.0]$  м, липа амурская  $r_{\text{опт}} \in [2.3, 5.5]$  м.

После того, как размер оптимального зондирующего окна определен (при построении рис. 10  $r_{\text{опт}}$  принималось равным 7 м), можно построить поле направлений, иллюстрирующее локальные тенденции пространственного развития вида. Для этого задавшись, например, регулярной сеткой, узлы которой отождествляются с центрами зондирующих окон, вычислим для каждого окна оптимальное направление и значение коэффициента корреляции. Отобразив в узлах сетки соответствующие направления (вектора) с длинами, выбираемыми пропорционально величинам коэффициентов корреляции, получим поле направлений, изображенное на рис. 10. Области, в которых отсутствуют стрелки, соответствуют зондирующим окнам с количеством представителей дуба монгольского меньшим 4.

Построенный «снимок» пространственной динамики может быть полезен при построении эвристических прогнозов развития растительного сообщества, анализа неоднородности его распределения по ареалу (на основе значений

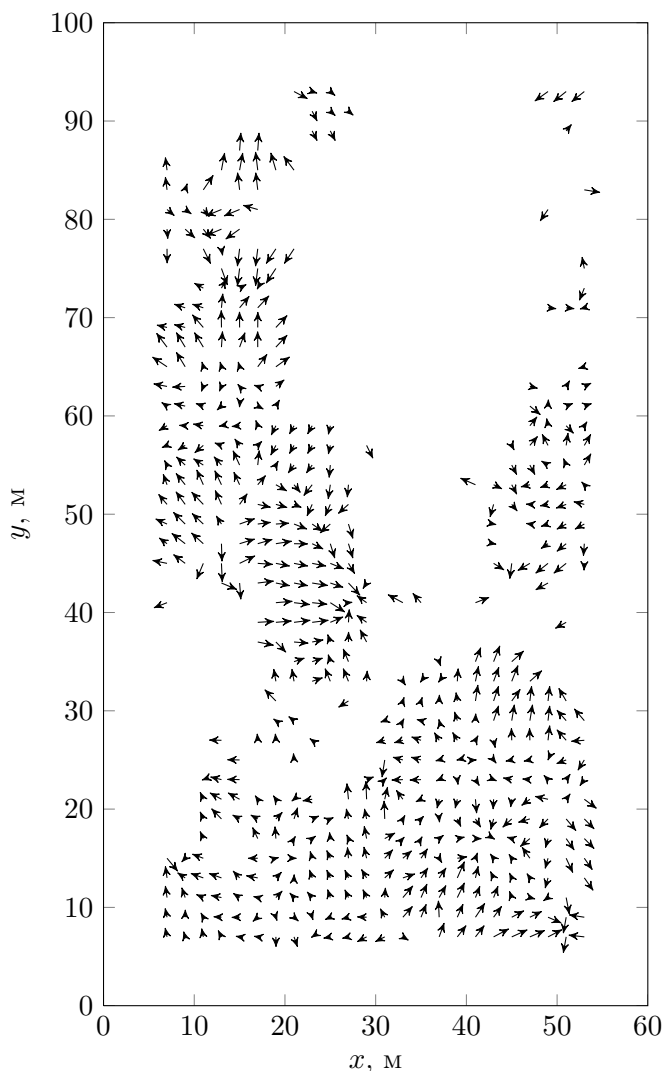


Рис. 10: Поле направлений пространственной динамики дуба монгольского ( $x, y$  – локальные координаты,  $r_{\text{опт}} = 7$  м, шаг зондирования  $h_x = h_y = 2$  м)

коэффициентов корреляции и направлений может быть сформирован статистический критерий неоднородности пространственно-возрастной структуры биосистемы), изучения (идентификации) пространственных градиентов экологических факторов среды и исследовании особенностей совместного развития представителей видов в многовидовом сообществе.

На рис. 11 представлены оценки плотности Парзена-Розенблатта (Hardle et al., 2003) (при построении оценки использовалось гауссово ядро) для представителей трех возрастных групп дуба монгольского, находящихся в зондирующем

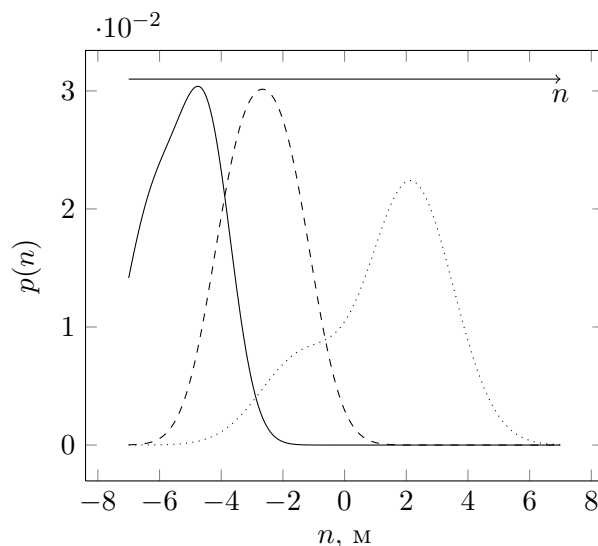


Рис. 11: Волны плотности в зондирующем окне.

щем окне с максимальным уровнем коэффициента корреляции в оптимальном направлении  $n$ . Разбиение на три возрастные группы проводилось по диаметру стволов деревьев: интервал возможных диаметров образцов, попавших в окно, был разбит на три равных части; в соответствии с разбиением были сформированы три группы – старшая, средняя и младшая. Сплошная линия – на рис. 11 плотность распределения деревьев старшей возрастной группы, пунктирная – средней, точечная – младшей. Таким образом, представители старшей возрастной группы имеют тенденцию «перемещаться» (локально!) в направлении  $n$ . Волновая интерпретация сохраняет свою силу и при больших размерах зондирующих окон, однако в этом случае пространственно-возрастная упорядоченность объектов характеризуется меньшей величиной коэффициента корреляции.

Следует отметить возможные модификации метода, связанные с использованием отличных от коэффициента корреляции Пирсона мер связи. Например, в качестве целевой функции может использоваться произведение коэффициента корреляции и коэффициента вариации проекций координат на направление  $n$ . Физически такой выбор будет означать, что представители различных возрастных групп будут «по возможности» рассредоточены внутри зондирующего окна в оптимальном направлении  $n$ . Усложнение вида оптимизируемой функции вероятно приведет к тому, что уже не удастся

найти решение экстремальной задачи аналитически, и потребуются привлечение алгоритмов численной оптимизации, что в свою очередь приведет к росту вычислительного времени, особенно, если планируется использовать процедуры имитации статистического выбора (в том числе методы статистических испытаний Монте-Карло).

Подводя итоги, остановимся на физической интерпретации предложенного метода. Явления распространения волн в пространственно-временных математических моделях динамики популяций теоретически были описаны еще в первой половине XX века. В ставших классическими работах А.Н. Колмогорова (Колмогоров и др., 1936) и Р. Фишера (Fisher, 1937) установлены решения одномерных уравнений «реакции-диффузии», интерпретируемые как распространение волны плотности моделируемого объекта, определены ее минимальная скорость перемещения в пространстве и условия, позволяющие указать предельную (асимптотическую) форму. Поскольку в такой сложной биосистеме как лесная не приходится ожидать точного соответствия эмпирических данных классическим модельным представлениям (по-видимому, в отношении проблемы моделирования динамики растительных сообществ большим потенциалом обладает интегро-дифференциальный подход (Тузинкевич, 1989)), в рамках предложенного метода открывается возможность анализа соответствия моделей реальным явлениям. Если говорить о пространственно-временном развитии древостоя, то знание оценок возрастов представителей, входящих в исследуемое сообщество, позволяет оценить (локально) скорость распространения волны плотности в найденном оптимальном направлении  $n$ . Анализ распределения оценок скоростей таких волн является следующим этапом проведения исследований на базе концепции зондирующих окон и может служить основой для определения коэффициентов диффузии (см. также понятие радиуса индивидуальной активности, предложенного Н.В. Тимофеевым-Ресовским, см. формальное определение в работе (Свирежев, 1987)). Целесообразна при этом проверка соответствия локальной пространственной динамики эталонным (например, обозначенным выше, классическим диффузионным) модельным представле-

ниям. Не менее важной задачей является выделение областей, в которых нарушается согласованность модели реальному процессу, что может служить базой исследований, направленных на установление причин рассогласований и модификацию эталонной модели. В задаче идентификации динамических режимов (Васильев и др., 1987), возникающих в природных системах и анализе их соответствия математическим моделям, применение изложенной техники может быть весьма эффективным.

В заключение перечислим возможные области применения предложенного метода (развитие которых требует отдельных исследований с учетом изложенных представлений):

- анализ однородности пространственно-возрастного распределения природных объектов;
- разработка, верификация и адаптация моделей пространственно-временной динамики биосистем;
- количественная и качественная характеристика динамики компонентов биосистем, сравнительный анализ их развития в различных природных условиях;
- исследование особенностей распределения абиотических и биотических факторов в экосистемах локального уровня.

#### Л и т е р а т у р а

- Айвазян С.А., Енюков Е.С., Мешалкин Л.Д.* Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных. —М.: Финансы и статистика, —1983. —471 с.
- Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков Е.С., Мешалкин Л.Д.* Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. —М.: Финансы и статистика, —1989. —607 с.
- Андерсон Т.* Статистический анализ временных рядов. —М. 1970. —757 с.
- Васильев В.А., Романовский Ю.М., Язно В.Г.* Автоволновые процессы. /Под ред. Д.С. Чернавского. —М.: Наука, 1987. —240 с.
- Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика для инженеров и научных работников. —М.:Физматлит, 2003. —853 с.

Колмогоров А.Н., Петровский И.Г., Пискунов Н.С. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества и его применение к одной биологической проблеме. —Бюллетень МГУ, сер. А Математика и механика, 1936. —Т. 1. —С. 1–25.

Сато Ю. Обработка сигналов. Первое знакомство. —М.: Додэка-XXI, 2009. —176 с.

Свирижев Ю.М. Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. —М.: Наука. —Гл. ред. физ.-мат. лит., —1987. —368 с.

Тузинкевич А.В. Интегральные модели пространственно-временной динамики экосистем. —Владивосток: Издательство ИАПУ ДВО РАН СССР, 1989. —184 с.

Эфрон Б. Нетрадиционные методы математической статистики. —М.: 1988. —263 с.

Amara G. Introduction to wavelets //IEEE Comp. sci. and Eng., 1995. vol.2 num. 2.

Clark P.J., Evans F.C. Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationships in populations //Ecology, 1954. —vol. 35. —PP. 445-453.

Diggle P.J. Statistical analysis of spatial point patterns. 1983. Academic Press, London, UK.

Fisher R.A. The wave of advance of advantageous genes.—Ann. Eugenics 7, 1937. —P. 355-369.

Fix E., Hodges J.L.Jr. Discriminatory analysis, nonparametric discrimination USA School of Medicine. —Texas: Rendolph Field, —1951, 1952.

Hardle W., Simar L. Applied multivariate statistical analysis. —Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 2003, —486 pp.

Ripley B.D. The Second-Order Analysis of Stationary Point Processes. //J. Appl. Probab., 1976. № 13, —PP. 255–266.

Ripley B.D. Modelling Spatial Patterns. // J. Roy. Stat. Soc., 1977. B. 39. —PP. 172–212.

Ripley B.D. Tests of «randomness» for spatial point patterns // Journal of the Royal Statistical Society, 1979. B 41. —PP. 368–374.

Ripley B.D. Spatial statistics. John Willey and son's, 2004.

Wallenius T., Kuuluvainen T., Heikkilä R., Lindholm T. Spatial tree age structure and fire history in two old-growth forests in eastern Fennoscandia //Silva Fennica, 2002. —№ 36(1). —PP. 185–199.

Поступило в редакцию 12 февраля 2011 г.

## LOCAL ANALYSIS OF SPATIAL VEGETATION DYNAMIC IN STANDS

*Kislov D.E., Prilutsky A.N., Brizhataya A.A.*

*Botanical Garden-Institute FEB RAS, Vladivostok*

**Key words:** spatial point patterns, vegetation dynamic, test of randomness

Method for studying spatial dynamic processes in stands is proposed. Statistical test for randomness based on the method is formulated. Efficient form of the method, allowing fast implementation in computational environments is produced. Numerical experiments showing sides of practical use of the approach are presented.

П. 11. Bibl. 21.