УДК 57.034; 519.254

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИНАМИКИ ДРЕВОСТОЯ В МНОГОВИДОВЫХ ЛЕСНЫХ СООБЩЕСТВАХ

©Кислов Д.Е.
Ботанический сад-институт ДВО РАН, г. Владивосток
kisl_di@mail.ru

Дано многомерное обобщение статистического подхода, предложенного для анализа горизонтальной структуры сложения древостоев. Рассмотрены примеры практического использования метода анализа однородности пространственно-возрастной структуры древостоев и оценки тенденций совместного произрастания древесных видов.

Ключевые слова: растительный покров, пространственно-временная динамика, критерий случайности

Введение

Ретроспективный анализ подходов, используемых для описания особенностей пространственного размещения объектов в экосистемах, позволяет выделить два этапа в их формировании. Первые предложенные методы, используемые для описания неоднородности размещения объектов, основаны в большей степени на базовых представлениях теории вероятности. К ним, в частности, относится метод, основанный на использовании критерия хи-квадрат (Василевич, 1989). Необходимость познания причин конкретной схемы размещения объектов привело к учету в разрабатываемых методах их взаимных размещений от некоторого заданного положения, что совместно с ростом вычислительных возможностей определило предпосылки дальнейшего развития статистических методов анализа пространственно-распределенных данных (далее, говоря о статистических методах, будем иметь ввиду только методы анализа пространственно-распределенных данных). В определенном смысле промежуточной можно считать работу Clark P.J., Evans F.C. (1954), предложенный в которой метод допускает интерпретацию в свете более поздних представлений, изложенных в основополагающей работе B.D. Ripley (1979). Следующий этап в развитии статистических подходов характеризуется наличием их глубоких интерпретаций в рамках теории случайных процессов. На сегодняшний день эти методы активно используются при решении разнообразных научных и практических задач, связанных с анализом особенностей пространственного размещения объектов (Diggle, 1983; Ripley, 2004).

Если первоначально предложенные методы были ориентированы на работу с объектами только одного типа, то современные подходы позволяют выполнять обработку объектов, принадлежащих разным группам и, таким образом, способны учитывать возрастную структуру при анализе сложения древостоя или особенности образования видовых коалиций в лесном сообществе. Основные вопросы, на которые дают ответы статистические подходы, – это либо характеристика соответствия наблюдаемого пространственного распределения объектов некоторому гипотетическому (в частности, проверка гипотезы о случайности пространственного размещения объектов), либо установление и/или описание особенностей пространственных отношений в неоднородных совокупностях пространственно распределенных объектов.

В предлагаемой работе рассматривается многомерное обобщение статистического подхода для оценки случайности пространственного размещения объектов (Кислов и др., 2011). Показано, что метод сохраняет свою вычислительную эффективность при его применении в пространствах с размерностью 2 и более; найденное многомерное решение сохраняет свою актуальность и в двумерном случае, что позволяет его использовать и в этом случае. В вычислительном плане рассматривается одно из возможных его обобщений.

Формулировка подхода

Следуя представлениям работы Д.Е. Кислова с соавторами (Кислов и др., 2011), рассмотрим вопрос об отыскании единичного направления n, доставляющего экстремальные значения коэффициенту корреляции $\rho(n^T X, A)$ (верхний символ “T” означает операцию транспонирования вектора или матрицы) и проходящего через центр данного окна $W_r(y)$. Отличительной особенностью постановки задачи в этом случае является отсутствие каких-либо ограничений на размерность пространства, в котором осуществляется применение метода. В данном случае полагается, что n и X – многомерные вектора (а не двумерные, как предполагалось в цитированной работе). Таким образом, зондирующее окно $W_r(y)$ становится сферическим в трехмерном случае, или – многомерной сферой – в многомерном.

Как и прежде, из постановки оптимизационной задачи и смысла коэффициента корреляции следует, что выбор n по крайней мере двузначен и определяется с точностью до направления: если n доставляет экстремальное (например, максимальное) значение $\rho(n^T X, A)$, то и $-n$ также будет доставлять этой величине экстремальное (но уже минимальное) значение.

Задача состоит в том, чтобы для данного зондирующего окна найти $\min\limits_n \rho(n^T \hat{X}, \hat{A})$, где $\rho(n^T \hat{X}, \hat{A})$ — выборочная оценка коэффициента корреляции. В случае традиционного вида для $\rho(n^T \hat{X}, \hat{A})$, эту задачу удается решить аналитически, полагая $n = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))^T$ и выписывая необходимые условия экстремума функции (см. цит. выше работу).

Погружение задачи в многомерное пространство и использование матричного аппарата позволяет получить ее решение более естественным путем, сохраняющим свою актуальность и в двумерном случае.

Пусть K_{ij} – элементы автокорреляционной матрицы (K) координат объектов. Предполагая, что матрица K является положительно определенной (что естественно для традиционных оценок автокорреляционной матрицы (Крамер, 1975), воспользуемся ее разложением Холецкого (Гантмахер, 1966): $K = L^T L$. Вводя дополнительно замену переменных $Ln = z$ и полагая $Q = E[(\hat{X} - E\hat{X})(\hat{A} - E\hat{A})] / \sqrt{D(A)}$, переформулируем оптимизационную задачу в следующем виде:

$$\rho(n^T \hat{X}, \hat{A}) = \frac{Q^T n}{\sqrt{n^T K n}} = \frac{Q^T n}{\sqrt{n^T L^T L n}} = \frac{Q^T L^{-1} z}{\sqrt{z^T z}}$$

Поскольку

$$\min_n \rho(n^T \hat{X}, \hat{A}) = \min_z \frac{Q^T L^{-1} z}{\sqrt{z^T z}} = \min_{\|z\|=1} \frac{Q^T L^{-1} z}{\sqrt{z^T z}},$$

то выписать решение оптимизационной задачи в явном виде не составляет труда: $z = -(L^{-1})^T Q$ или, возвращаясь к исходной переменной n: $n = -(K^{-1})Q$.

Поскольку вычисление обратной матрицы входит практически в любой пакет научных вычислений общего назначения (в частности, SciPy, http://scipy.org – используемый при выполнении расчетов в настоящей работе), определение оптимального направления n при практических расчетах не составляет труда.

Вычислительный эксперимент

Предлагаемый подход апробирован на материалах таксации древостоя на пробной площади, заложенной в высокотравном дубняке в лесах Горнотаежной станции ДВО РАН (Уссурийский район Приморского края).

Заметим, что применение метода предполагает наличие оцифрованных данных, содержащих локальные (или географические) координаты объектов и их возраст, либо его оценку; в данном исследовании возраст дерева отождествлялся с диаметром его ствола, что, учитывая принципиальную сторону настоящей работы, является вполне допустимым.

Рассмотрим задачу обнаружения тенденций совместного произрастания древесных видов. Под решением данной задачи будем понимать отыскание таких пар видов, для которых при использовании предложенного подхода на определенных пространственных масштабах наблюдается по-возможности коллинеарность оптимальных направлений. Таким образом, определение тенденций к совместному произрастанию состоит в сравнительном анализе полей направлений (в смысле работы Д.Е.Кислова с соавторами (Кислов и др., 2011).

Поскольку ситуация, когда вычисленные оптимальные направления для двух видов будут коллинеарны, является крайне маловероятной, необходимо ввести числовой параметр, позволяющий оценить степень "совпадения" наборов пар векторов, найденных для зондирующих окон по всей пробной площади. Поясним формальную сторону данной задачи.

Пусть n_i^a, n_i^b и ρ_i^a, ρ_i^b вычисленные согласно предложенному подходу вектора и коэффициенты корреляции для видов a и b соответственно. Будем рассматривать только те зондирующие окна, в которых имеются представители обоих видов a и b. В качестве меры "коллинеарности" полей направлений рассмотрим среднее ($\mu_{a,b}$) по набору значений $\left\| n_i^a - n_i^b \right\|$. Определенная таким образом величина $\mu_{a,b}$ есть средний угол раствора между направлениями, определяющими пространственную динамику видов a и b. В частности, значение $\mu_{a,b} = 1$ означает, что этот угол равен 60º; в общем случае, учитывая, что $\left\| n_i^a \right\| = 1$ и $\left\| n_i^b \right\| = 1$, значение $\mu_{a,b}$ в градусной мере может быть проинтерпретировано в соответствии с формулой $\alpha_{a,b} = \frac{180}{\pi}\arccos\left(\frac{2-\mu_{a,b}}{2}\right)$.

На практике при вычислении меры $\mu_{a,b}$ целесообразно учитывать только те вектора n_i^a или n_i^b, которые характеризуются значительными коэффициентами корреляции.

Пороговое значение коэффициента корреляции при этом должно выбираться, исходя из специфики анализируемых данных (по предварительному анализу соответствующих значений коэффициентов корреляций). В настоящей работе в качестве порогового значения выбрано $|\rho *| = 0.2$, что предполагает при вычислении $\mu_{a,b}$ учет только тех векторов n_i^a или n_i^b, у которых соответствующие значения ρ_i^a, $\rho_i^b > \rho *$.

Следует также отметить, что в плане интерпретации использование $\alpha_{a,b}$ является более предпочтительным, чем $\mu_{a,b}$, поскольку позволяет судить о степени согласованности вероятной пространственно-временной динамики пар видов.

Критическая область для параметра $\alpha_{a,b}$ (или $\mu_{a,b}$) определяется по результатам имитационного моделирования, при этом осуществляется имитация распределений обоих видов (*a* и *b*) на исследуемом участке местности.

Следует отметить, что в этом случае (в отличие, когда метод используется при установлении случайности пространственно-возрастного распределения объектов) меняется интерпретация выхода эмпирической кривой из критической области: если наблюдается пересечение верхней границы, то соответствующая пара видов, характеризуется (в среднем) противоположно направленными тенденциями пространственного развития; если наблюдается пересечение нижней границы – более выражена их сонаправленность.

Результаты исследования для некоторых значений радиусов (*r*) зондирующих окон обобщены в табл. 1 и табл. 2. Символами и обозначены нижняя и верхняя границы критической области (фактически - 2.5% и 97.5 % процентили), вычисленные по результатам 100-кратной имитации случайного размещения представителей видов *a* и *b*. Таким образом, строки табл. 1 отражают пары видов в определенном смысле содружественные в пространственном развитии, а строки в табл. 2 – виды, имеющие противоположно направленные тенденции в пространственном освоении площади.

Рассматривая табл. 1 и табл. 2, интересно отметить роль видов *Betula mandshurica* и *Betula davurica* в сложении древостоя. Участие именно этих видов имеет место при обнаружении пар, характеризующихся противоположно направленными тенденциями пространственного развития. Выяснение того, является ли эта особенная роль березы повсеместной или данные характеризуют исключительно структуру древостоя на конкретном участке, требует дальнейшего исследования и не входит в цели настоящей работы.

Заключение

Подведем итоги выполненной работы и обозначим перспективы ее дальнейшего развития.

Предложенный подход может рассматриваться как средство изучения пространственно распределенных данных в многомерных факторных пространствах; представленное обобщение метода,

Таблица 1

Пространственная динамика пар видов $\alpha_{a,b} < I^{-}(r)$

r = 10 м	r = 15 м
Acer mono, Tilia amurensis	*Fraxinus rhynhophylla, Betula davurica*
Acer mono, Quercus mongolica	*Acer mono, Ulmus japonica*
Acer mono, Betula mandshurica	*Betula mandshurica, Tilia amurensis*
Betula davurica, Quercus mongolica	*Betula davurica, Quercus mongolica*
Fraxinus rhynchophylla, Quercus mongolica	

Таблица 2

Пространственная динамика пар видов $\alpha_{a,b} > I^{+}(r)$

r = 10 м	r = 15 м
Betula mandshurica, Ulmus japonica	*Betula mandshurica, Ulmus japonica*
	Acer mono, Betula davurica,
	Betula mandshurica, Fraxinus rhynchophylla

сформулированного в работе Д.Е.Кислова с соавторами (Кислов и др., 2011), позволяет эффективно его использовать независимо от размерности пространства, что является весьма ценным свойством.

Определенно прослеживается значимость "динамической" интерпретации вычисляемых в ходе использования подхода оптимальных направлений. Последние могут рассматриваться как основа для построения эвристических прогнозов динамики лесных экосистем, изучения их принципов организации, а также влияния на их структуру биотических и абиотических факторов.

Л и т е р а т у р а

Василевич В.И. Статистические методы в геоботанике. – Л.: Наука, 1969. – 232 с.

Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1966. – 576 с.

Кислов Д.Е., Прилуцкий А.Н., Брижатая А.А. Локальный анализ пространственной динамики лесных сообществ // Бюлл. БСИ [Электронный ресурс]: науч. журн./ Ботанический сад-институт ДВО РАН. – Владивосток, ДВО РАН, 2011. – Вып. 8. – С. 69–78. –http://botsad.ru/jornal/number8/69–78/pdf

Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

Clark P.J., Evans F.C. Distance to nearest neighbour as a measure of spatial relationships in populations. // Ecology, 1954. – №. 35. – P. 445–453.

Diggle P.J. Statistical analysis of spatial point patterns. – London: Academic Press, 1983.

Ripley B.D. Tests of “randomness” for spatial point patterns // J. Roy. Stat. Soc. 1979, iss. 41. – PP. 368—374.

Ripley B.D. Spatial Statistics. – John Willey & Sons, 2004. – 252 p.

Доклад был заслушан на конференции молодых ученых «Зри в корень», прошедшей 29-30 марта 2012 г. в Ботаническом саду-институте ДВО РАН, г. Владивосток.

STATISTICAL TEST FOR «RANDOMNESS» OF SPATIAL POINT PATTERNS IN MULTISPECIES FOREST STANDS.

Dmitry E. Kislov
Botanical Garden-Institute FEB RAS, Vladivostok

Key words: vegetation cover, spatial and temporal vegetation dynamics, test for randomness

Multidimensional generalization of statistical test for randomness of spatial point patterns is presented. The technique is examined on two problems analysis of spatial distribution of trees in stand and estimation of trees growth mutual dynamics.

Tabl. 2. Bibl. 8.